

FOLHA 07

Após finalizarmos esta aula, todos os exercícios da lista "Movimento Uniformemente Variado" podem ser feitos.

MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

Um corpo em movimento uniformemente variado (MUV), possui sua aceleração constante. Com isso vamos dar uma pincelada na próxima aula.

Nós vimos que a derivada permite calcular, por exemplo, a velocidade instantânea de um corpo quando temos o gráfico da posição em função do tempo. Seria possível fazer o contrário? Digamos, tendo a velocidade em função do tempo, encontrar a posição?

A resposta é sim e o método é calculando a área do gráfico. Vamos então começar com a aceleração:

Q. 01 – ACELERAÇÃO ESCALAR MÉDIA

Sabendo esta equação então temos conhecimento para concluir que o significado da inclinação de um gráfico de v vs t é a aceleração. Isto é:

Q. 02 – ACELERAÇÃO INSTANTÂNEA



Figura 1: Gráfico de v vs t

Digamos agora que você tenha o gráfico de $a(t)$ vs t , a área sai ser o Δv .

Q. 03 – Δv OBTIDO DO GRÁFICO DE a vs t

Note que o que encontramos é a área de um pequeno retângulo de base dt e altura $a = a(t)$ cuja área é a pequena variação de velocidade dv . Basicamente se somarmos estas áreas minúsculas (chamamos estas variações minúsculas de infinitesimais) obtemos a área total sob o gráfico. Assim, podemos extrapolar e afirmar que a área do gráfico a vs t é Δv . De fato isto é verdade sempre! Vamos então usar esta propriedade para encontrar as equações do MUV.

Vamos começar determinando a função horária da velocidade.



Figura 2: Gráfico de a vs t para o MUV

Q. 04 – ÁREA DO GRÁFICO DE a vs t

Q. 05 – EQUAÇÃO HORÁRIA DA VELOCIDADE $v(t)$ PARA O MUV

Podemos com isso montar o gráfico da velocidade em função do tempo v vs t para um corpo em MUV. Note que a equação obtida é a equação de uma reta então:

A figura obtida para se determinar a área é um trapézio. Lembrando da área de um trapézio:

Q. 06 – ÁREA DE UM TRAPÉZIO



Figura 3: Gráfico de V vs t para o MUV

Com isso a área do gráfico, que é igual a variação da velocidade, é:

Q. 07 – ÁREA DO GRÁFICO DE v vs t

Isolando a posição, obtemos a equação horária da posição:

Q. 08 – EQUAÇÃO HORÁRIA DA POSIÇÃO

Para treinar, que tal usarmos a regra do tombo para voltar da equação horária da posição para a equação horária da velocidade e, por fim, concluir que a **ACELERAÇÃO** é constante?

Q. 09 – EQUAÇÕES DO MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

Antes de fazermos um resumo do movimento uniformemente variado, vamos encontrar mais duas equações que ainda não foram mencionadas. Primeiramente, vamos separar os dados de problemas que envolvem movimento uniformemente variado em dois tipos: variáveis e constantes.

São **constantes** para um movimento uniforme:

- v_0 ;
- s_0 ;
- a .

São **variáveis**:

- v ;
- s ;
- t .

Talvez você tenha notado que toda equação relaciona duas variáveis. Por exemplo, a equação

$$v = v_0 + at$$

relaciona as variáveis v e t . A equação

$$s = s_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$$

relaciona s e t . Não seria possível encontrar outra equação que relaciona v e s ? A resposta é sim e esta equação é chamada de equação de Torricelli. Vamos encontrá-la:

Q. 10 – DEMONSTRAÇÃO DA EQUAÇÃO DE TORRICELLI

Mas não encerramos por aqui. Porque devemos apenas ter duas a duas variáveis? Digamos que eu saiba v e t e quero encontrar s . Não existiria uma equação que relaciona estas três variáveis? A resposta novamente é sim, e a maneira mais rápida de encontrá-la é pelo gráfico da velocidade em função do tempo.

Primeiramente, sabemos que a área do gráfico de v vs t é o Δs . Sabemos também que a velocidade média é

$$v_{\text{média}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Assim:

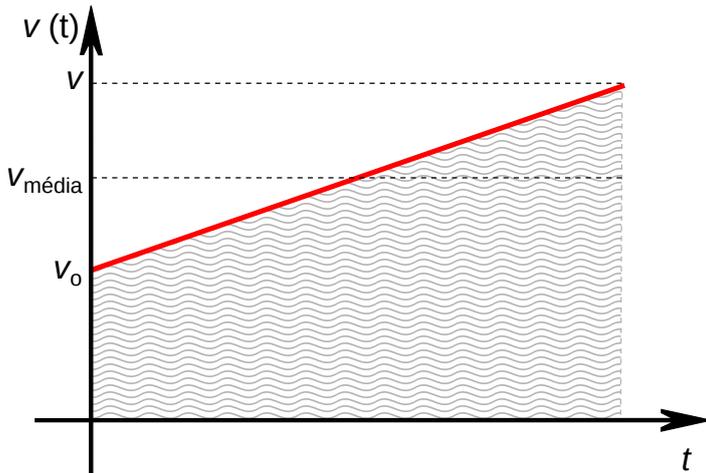


Figura 4: Gráfico de v vs t do MUV

Q. 11 – VELOCIDADE MÉDIA NO MUV

Vamos então fazer um resumo das equações do MUV.

Q. 12 – EQUAÇÕES HORÁRIAS DO MUV

A classificação do MUV é dividida em duas partes, sendo que uma delas, assim como do MU, depende do referencia, mas outra não depende.

Podemos classificar o movimento de um corpo com velocidade qualquer, isto é, em movimento uniforme, movimento uniformemente variado ou qualquer outro, em:

- progressivo quando se desloca no sentido positivo da trajetória;
- retrógrado quando se desloca no sentido negativo da trajetória.

Q. 13 – MOVIMENTOS PROGRESSIVOS E RETRÓGRADOS

Observe que a classificação em progressivo ou retrógrado não depende do tipo de movimento, mas do referencial.

Quando um corpo está aumentando o módulo da sua velocidade dizemos que seu movimento é acelerado. Quando o módulo da velocidade de um corpo está diminuindo, dizemos que seu movimento é retardado. Assim:

Q. 14 – MOVIMENTO ACELERADO

Q. 15 – MOVIMENTO RETARDADO

Q. 16 – COMO DETERMINAR SE O MOVIMENTO É ACELERADO OU RETARDADO

Observe que esta classificação, ao contrário da anterior, não depende do referencial, mas sim do movimento em si. Isto é, um movimento acelerado é sempre acelerado para TODO referencial inicial. Da mesma forma, um movimento retardado sempre será retardado para todo observador em qualquer referencial inercial.

Veremos mais frente da importância do referencial inercial: ele é qualquer referencial que esteja com velocidade constante, nula ou não nula, em relação à qualquer outro referencial inercial. Newton dizia que as estrelas fixas (estrela tão distantes que não mudam a paralaxe em relação à nós) eram referenciais inerciais absolutos e qualquer movimento é tido em relação à elas. Veremos mais adiante que isto é impreciso.

EXERCÍCIOS

01. (UFPE) Um caminhão com velocidade de 36 km/h é freado e pára em 10 s. Qual o módulo da aceleração média do caminhão durante a frenada?

- a) 0,5 m/s²
- b) 1,0 m/s²
- c) 1,5 m/s²
- d) 3,6 m/s²
- e) 7,2 m/s²

02. (FATEC) Em um teste para uma revista especializada, um automóvel acelera de 0 a 90 km/h em 10 segundos. Nesses 10 segundos, o automóvel percorre:

- a) 250 m
- b) 900 km
- c) 450 km
- d) 450 m
- e) 125 m

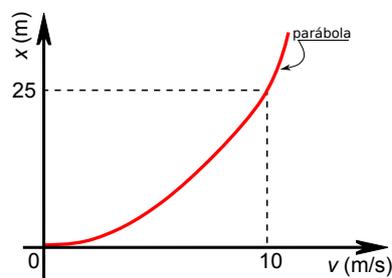
03. (UEL) Um caminhão, a 72 km/h, percorre 50 m até parar, mantendo a aceleração constante. O tempo de frenagem, em segundos, é igual a

- a) 1,4
- b) 2,5
- c) 3,6
- d) 5,0
- e) 10,0

04. (MACKENZIE) Um automóvel parte do repouso com M.R.U.V. e, após percorrer a distância d , sua velocidade é v . A distância que esse automóvel deverá ainda percorrer para que sua velocidade seja $2v$ será:

- a) $d/2$
- b) d
- c) $2d$
- d) $3d$
- e) $4d$

05. (MACKENZIE) Um móvel, com M. R. U. V., tem sua posição na trajetória expressa em função de sua velocidade, dada pelo diagrama a seguir. A aceleração desse móvel é:



- a) 6 m/s²
- b) 5 m/s²
- c) 4 m/s²
- d) 3 m/s²
- e) 2 m/s²

RESPOSTAS

01. B 02. E 03. D 04. D 05. E